LES SYSTEMES AUTOMATISES

Transformées de Laplace - Calcul symbolique
Modèle transfert

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

****

****

1.4 Transformation de Laplace inverse

Cette opération consiste à rechercher la fonction temporelle *f(t)* qui correspond à une expression *F(p)* donnée.

Lorsque les fonctions en p sont sous forme de fractions rationnelles en p, la méthode la plus commode consiste à exprimer cette fonction comme une somme de termes plus simples dont on connaît les transformées inverses. (voir tableau des transformées usuelles au paragraphe 1.2.7)

Soit la fonction : $\dfrac{(a_m p^m + \dots + a_1 p + a_0)}{(b_n p^n + \dots + b_1 p + b_0)} = \dfrac{N(p)}{D(p)} = H(p)$

En admettant que les racines du dénominateur ne soient pas d'ordre multiple, on peut factoriser le dénominateur en suivant la nature réelle ou complexe des racines.

- Si $b_0 \neq 0$

$$D(p) = \prod_{i=1}^{k}(p+\alpha_i).\prod_{j=1}^{l}((p+\alpha_i)^2+\omega_j^2)$$

- Si $b_0 = 0$

$$D(p) = p\prod_{i=1}^{k}(p+\alpha_i).\prod_{j=1}^{l}((p+\alpha_i)^2+\omega_j^2)$$

on peut donc exprimer H(p) comme une somme de termes :

$$H(p)=\frac{A_0}{p}+\sum_{i=1}^{k}\frac{A_i}{p+\alpha_i}+\sum_{j=1}^{l}\frac{A_j}{\left(p+\alpha_j\right)^2+\omega_j^2}+\sum_{j=1}^{l}\frac{B_j.\left(p+\alpha_j\right)}{\left(p+\alpha_j\right)^2+\omega_j^2}$$

Somme dans laquelle les coefficients A_0, A_i, B_i, B_j sont déterminés par identification. L'original temporel de chaque terme est alors obtenu par exploitation du tableau des transformées de Laplace. La réponse totale est donc une combinaison linéaire de type :

Constante, $e^{-\alpha_i t}$, $e^{-\alpha_i t}\,sin(\omega_0 t)$ et $e^{-\alpha_i t}\,cos(\omega_0 t)$

1.4.1 Exemple

Soit la fonction $X(p)=\dfrac{p+2}{(p+5)(p+10)}$, la décomposition en éléments simples est de la forme :

$$X(p)=\frac{A_1}{p+5}+\frac{A_2}{p+10}$$

Par identification, il vient : $10A_1+5A_2=2$ et $A_1+A_2=1$, soit $A_1=-\dfrac{3}{5}$; $A_2=\dfrac{8}{5}$

D'où, $X(p)=\dfrac{-3/5}{p+5}+\dfrac{8/5}{p+10}$ ce qui conduit à la transformée de Laplace inverse x(t) en utilisant la connaissance ci-dessous :

$f(t)=e^{-at}$	$F(p)=\dfrac{1}{p+a}$

$$x(t)=-\frac{3}{5}.e^{-5t}+\frac{8}{5}.e^{-10t}$$

1.5 Transmittance d'un système linéaire

1.5.1 Representation de la transmittance d'un systeme : Fonction de transfert

Soit la loi de comportement du système exprimée à l'aide d'une équation différentielle :

$$B_n\frac{d^n s(t)}{dt^n}+\dots B_1\frac{d\,s(t)}{dt}+B_0\,s(t)=A_m\frac{d^m e(t)}{dt^m}+\dots A_1\frac{d\,e(t)}{dt}+A_0\,e(t)$$

Nous supposons que le système part du repos ; que l'étude de l'évolution du système se font autour du point au repos ou d'étude.

C'est à dire que l'entrée $e(t)$ et ses dérivées ainsi que la sortie $s(t)$ et ses dérivées sont causales d'une part et d'autre part que toutes les conditions initiales sont nulles (excepté $\left(\dfrac{d^n s(t)}{dt^n}\right)_{0^+}$ et $\left(\dfrac{d^m e(t)}{dt^m}\right)_{0^+}$ qui ne sont pas forcément nulles).

Si on prend la transformée de Laplace des deux membres de l'équation différentielle on obtient :

$$(B_n\,p^n+\;\dots\;+B_1\,p+B_0)\,S(p)=(A_m\,p^m+\;\dots\;+A_1\,p+A_0)\,E(p)$$

$$\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{(A_m\,p^m+\dots+A_1\,p+A_0)}{(B_n\,p^n+\;\dots\;+B_1\,p+B_0)}=H(p)$$

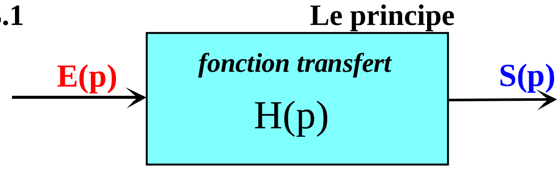
La fonction H(p) est appelée fonction de transfert ou transmittance du système. Elle est caractéristique du système qu'elle représente mathématiquement. C'est souvent une fraction rationnelle en p.

1.5.2 DEFINITIONS ET REMARQUES :

- Les systèmes physiques rencontrés sont tels que : $m \leq n$
- n est appelé l'ordre du système.
- Les racines du dénominateur sont appelées « Pôle ». Pour que la fonction soit stable il est nécessaire que les pôles soient à partie réelle négative et seulement un pôle réel nul.
  Un système est dit intégrateur lorsqu'il possède un pôle en p=0.
  Si la transmittance s'écrit : $\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{(A_m\, p^m + \ldots + A_1\, p + A_0)}{p^c.(B_n\, p^n + \ldots + B_1\, p + B_0)}$, l'ordre du système est c+n et la classe est c. c représente le nombre d'intégrateur dans la fonction transfert.
- La racine du numérateur sont appelées « zéro ».
  Un système est dit dérivateur lorsqu'il possède un zéro en p=0.

1.5.3 REPRESENTATION DE LA TRANSMITTANCE SUR UN SCHEMA FONCTIONNEL

1.5.3.1 Le principe



$S(p) = H(p)\, E(p)$

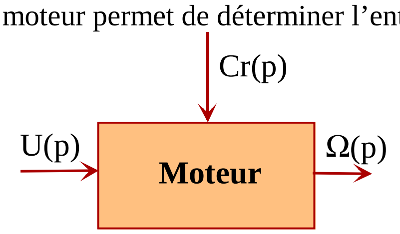
1.5.3.2 Des équations au schéma bloc

Reprenons les équations du moteur à courant continu développer au « 1.3.2..1.1.Notion de point d'étude un système automatisé ou conditions de Heaviside » de ce document.

1. $U(p) - E(p) = (Lp + R)I(p)$
2. $E(p) = Ke.\Omega(p)$
3. $Cm(p) - Cr(p) = (Jp + f).\Omega(p)$
4. $Cm(p) = Kt.I(p)$

Étape 1

Le schéma fonctionnel du moteur permet de déterminer l'entrée et la sortie du système.



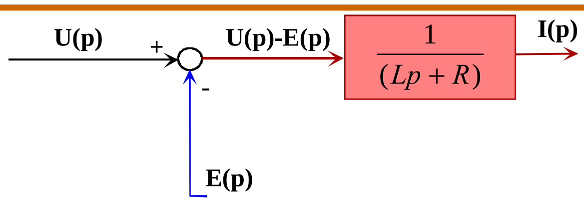
Cr(p) représente le couple récepteur modélisé ici en perturbation car souvent inconnu précisément.

Étape 2

U(p) intervient dans l'équation 1 : $U(p) - E(p) = (Lp + R)I(p)$, elle se met sous la forme :

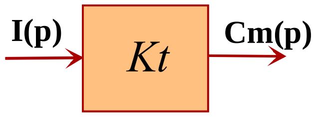
$$[U(p) - E(p)].\frac{1}{(Lp + R)} = I(p)$$

Il vient donc naturellement :



Étape 3

I(p) intervient dans l'équation 4 : $Cm(p) = Kt.I(p)$. Il vient donc naturellement :

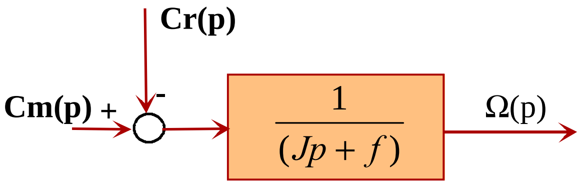


Étape 4

Cm(p) intervient dans l'équation 3 : $Cm(p) - Cr(p) = (Jp + f).\Omega(p)$, elle se met sous la forme :

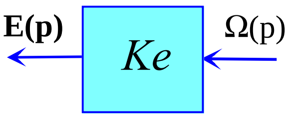
$$[Cm(p) - Cr(p)].\frac{1}{(Jp+f)} = .\Omega(p)$$

Il vient donc naturellement :



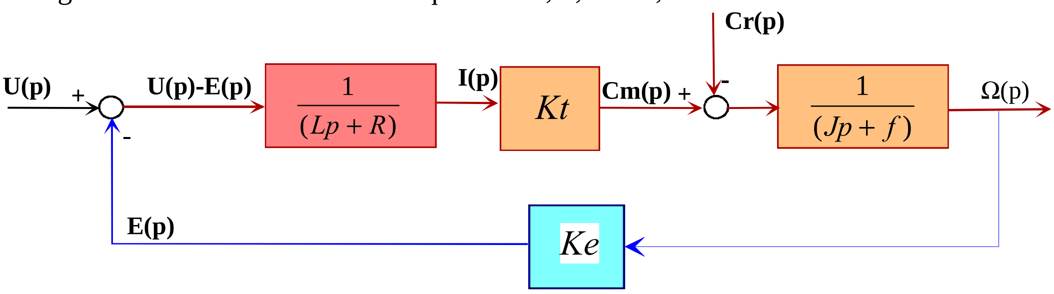
Étape 5

$\Omega(p)$ intervient dans l'équation 2 : $E(p) = Ke.\Omega(p)$. Il vient donc naturellement :



Étape 6

Par assemblage des schémas traduisant les équations 1, 2, 3 et 4, on obtient le schéma bloc suivant :



Remarque : un schéma bloc est un outil graphique de représentation d'un système d'équations.

1.5.3.3 Recherche d'une fonction transfert à partir d'un schéma bloc

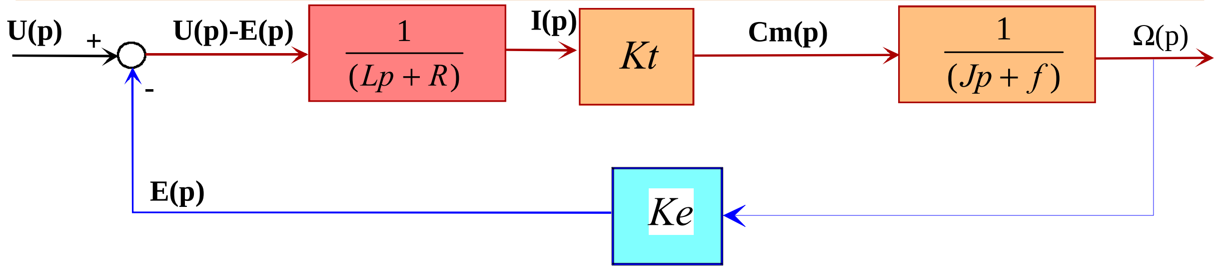
On se propose ici de rechercher le modèle mathématique du moteur dont le schéma bloc est donné ci-dessus. Pour se faire, on utilise le principe de superposition.

1- Dans un premier temps, on recherche $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ **en posant *Cr(p)=0*.**

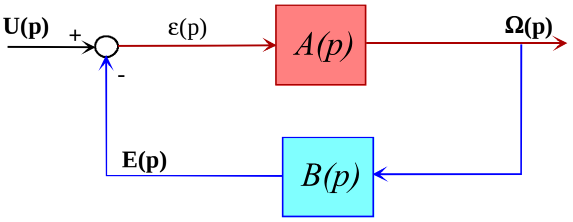
Le schéma bloc devient :

Automatique : Transformée de Laplace

Cours (2ème partie)



D'où le schéma devient sous forme canonique :



où $A(p)=\dfrac{Kt}{(Lp+R).(Jp+f)}$ et $B(p)=Ke$

On remarque très vite que : $E(p)=\Omega(p).B(p)$ et $\varepsilon(p)=U(p)-B(p).\Omega(p)$

de plus $\Omega(p)=\varepsilon(p).A(p)$

d'où $\left[U(p)-B(p).\Omega(p)\right].A(p)=\Omega(p)$

Il vient donc : les gens l'appellent la formule de Black (pourquoi pas !)

$$\boxed{\frac{\Omega(p)}{U(p)}=\frac{A(p)}{1+A(p)B(p)}}$$

En conclusion en remplaçant A(p) et B(p) :

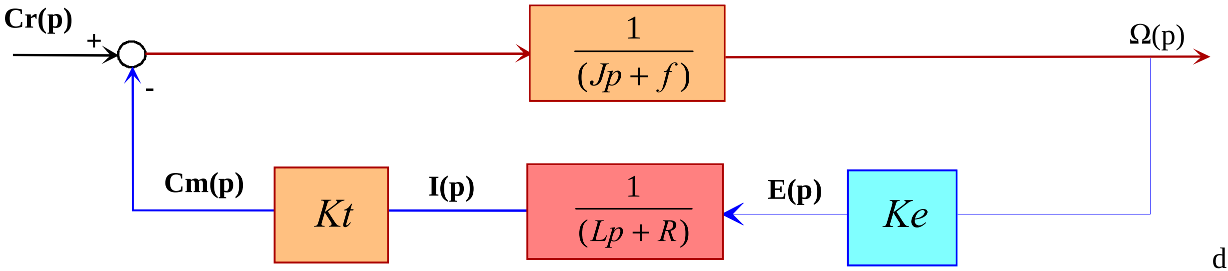
$$\frac{\Omega(p)}{U(p)}=\frac{Kt}{(Lp+R).(Jp+f)+Ke.Kt}$$

sous forme canonique la fonction transfert devient :

$$H_1(p)=\frac{\Omega_1(p)}{U(p)}=\frac{\frac{1}{Ke}}{\frac{LJ}{Ke.Kt}p^2+\frac{Lf+JR}{Ke.Kt}p+1}$$, fonction du second ordre.

2- Dans un second temps, on recherche $H(p)=\dfrac{\Omega(p)}{Cr(p)}$ **en posant *U(p)=0*.**

Le schéma bloc devient :



d'où la fonction transfert sous forme canonique :

$$H_2(p)=\frac{\Omega_2(p)}{Cr(p)}=\frac{R}{Ke.Kt}.\frac{(\frac{L}{R}p+1)}{\frac{LJ}{Ke.Kt}p^2+\frac{Lf+JR}{Ke.Kt}p+1}$$

Remarque : le dénominateur de la fonction transfert (identique pour la fonction $H_1(p)$ et $H_2(p)$)est appelé « équation caractéristique », on peut remarquer que l'équation caractéristique est indépendante de l'entrée. Comme son nom l'indique, elle caractérise le système indépendamment de l'entrée.

3- Pour finir, on applique le théorème de superposition :

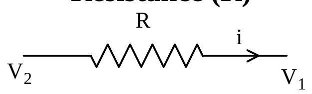
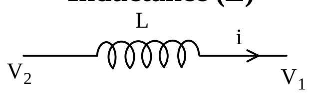
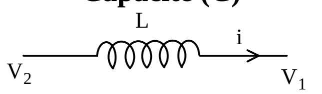
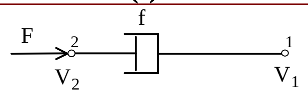
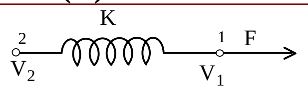
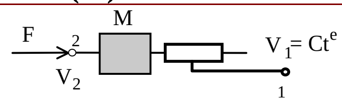
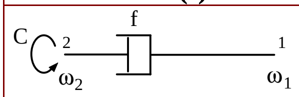
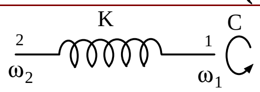
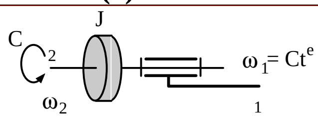
On ajoute les effet de la consigne et de la perturbation sur la sortie $\Omega(p)$.

$$\Omega(p) = \Omega_1(p) + \Omega_2(p)$$

$$\Omega(p) = H_1(p).U(p) + H_2(p).Cr(p) \text{ d'où :}$$

$$\boxed{\Omega(p) = \frac{\frac{1}{Ke}}{\frac{LJ}{Ke.Kt}p^2 + \frac{Lf+JR}{Ke.Kt}p + 1}U(p) + \frac{R}{Ke.Kt}.\frac{(\frac{L}{R}p+1)}{\frac{LJ}{Ke.Kt}p^2 + \frac{Lf+JR}{Ke.Kt}p + 1}Cr(p)}$$

1.6 Exemples de transmittance

Effet résistif **Dissipateur d'énergie**	**Effet inductif** **Stockage**	**Effet capacitif** **Stockage**
Electricité (i : intensité; V_{21}: tension)		
Résistance (R)	**Inductance (L)**	**Capacité (C)**
		
$i_{(t)} = \frac{1}{R} V_{21(t)}$	$V_{21(t)} = L \frac{d\,i_{(t)}}{dt}$	$V_{21(t)} = \frac{1}{C} \int i_{(t)}\,dt$
$V_{21} \rightarrow \boxed{\frac{1}{R}} \rightarrow i$	$i \rightarrow \boxed{L\,p} \rightarrow V_{21}$	$i \rightarrow \boxed{\frac{1}{C\,p}} \rightarrow V_{21}$
Mécanique en mouvement de translation F : force ; V_{21}: vitesse		
Amortisseur (f)	**Ressort (K)**	**Masse (M)**
		
$F_{(t)} = f\, V_{21(t)}$	$V_{21(t)} = \frac{1}{K} \frac{d\,F_{(t)}}{dt}$	$V_{21(t)} = \frac{1}{M} \int F_{(t)}\,dt$
$V_{21} \rightarrow \boxed{f} \rightarrow F$	$F \rightarrow \boxed{\frac{p}{K}} \rightarrow V_{21}$	$F \rightarrow \boxed{\frac{1}{M\,p}} \rightarrow V_{21}$
Mécanique en mouvement de rotation (C : couple, ω_{21} : vitesse de rotation)		
Amortisseur (f)	**Ressort de torsion (K)**	**Inertie (J)**
		
$C_{(t)} = f\, w_{21(t)}$	$w_{21(t)} = \frac{1}{K} \frac{d\,C_{(t)}}{dt}$	$w_{21(t)} = \frac{1}{J} \int C_{(t)}\,dt$
$\omega_{21} \rightarrow \boxed{f} \rightarrow C$	$C \rightarrow \boxed{\frac{p}{K}} \rightarrow \omega_{21}$	$C \rightarrow \boxed{\frac{1}{J\,p}} \rightarrow \omega_{21}$

1.7 Écriture pratique de la fonction de transfert

1.7.1 LE GAIN STATIQUE

En ordonnant numérateur et dénominateur selon les puissances croissantes de p.

- Si p n'est pas en facteur au dénominateur :

$$H_{(p)} = \frac{S_{(p)}}{E_{(p)}} = \frac{A_0 + A_1 p + ...}{B_0 + B_1 p + ...}$$

forme canonique :

$$H_{(p)} = \frac{S_{(p)}}{E_{(p)}} = K \frac{1 + a_1 p + ...}{1 + b_1 p + ...} = K.\frac{1+\sum_{i=1}^{m} a_i.p^i}{1+\sum_{j=1}^{n} a_j.p^j}$$

Le facteur constant K est le gain statique du système, en l'absence d'intégration :

1.7.2 LE GAIN EN VITESSE

- Si p est en facteur au dénominateur. C'est ce qui se produit lorsque $B_0 = 0$ dans l'équation différentielle. On dit alors que le système est astatique ou possède une intégration.

$$H_{(p)} = \frac{S_{(p)}}{E_{(p)}} = \frac{K}{p} \frac{1 + a_1 p + ...}{1 + b_1 p + ...} = \frac{K}{p}.\frac{1+\sum_{i=1}^{m} a_i.p^i}{1+\sum_{j=1}^{n} a_j.p^j}$$

Le facteur constant K est appelé le gain en vitesse. En régime permanent K est le rapport entre la vitesse de sortie $\left(\frac{d\,s_{(t)}}{dt}\right)_{\infty}$ et l'entrée $e_{(\infty)}$.

1.7.3 LA CLASSE DU SYSTEME

- Si p est plusieurs fois facteur au dénominateur

$$H_{(p)} = \frac{S_{(p)}}{E_{(p)}} = \frac{K}{p^a} \frac{1 + a_1 p + ...}{1 + b_1 p + ...} = \frac{K}{p^\alpha}.\frac{1+\sum_{i=1}^{m} a_i.p^i}{1+\sum_{j=1}^{n} a_j.p^j}$$

La présence de p en facteur au dénominateur exprime que p = 0 est pôle de la fonction de transfert. On dit que le système possède α intégrations (le facteur p étant facteur d'intégration comme p est un facteur de dérivation).

α est appelé la classe du système.

1.7.4 LES POLES ET LES ZEROS DE LA TRANSMITTANCE

En explicitant les racines réelles ou complexes conjuguées du numérateur et du dénominateur.

La fonction de transfert est une fraction rationnelle en p. Si on explicite les racines (réelles ou complexes) des 2 polynômes (numérateur et dénominateur) elle s'écrit :

$$H_{(p)} = \frac{S_{(p)}}{E_{(p)}} = k \frac{(p - z_1)\ (p - z_2)\ .....}{(p - p_1)\ (p - p_2)\ .....}$$

Les z_i sont les zéros de la fonction de transfert H(p)

Les p_i sont les pôles de la fonction de transfert H(p)

Remarque : En l'absence d'intégration le coefficient k qui figure dans cette expression est lié au gain par

$$K = k \frac{(-z_1)\ (-z_2)\ .....}{(-p_1)\ (-p_2)\ .....}$$

1.8 Première interprétation physique de la fonction de transfert

1.8.1 REPONSE IMPULSIONNELLE

Soumettons le système à une entrée en impulsion unitaire

$$e(t) = \delta(t) \quad alors \quad E(p) = 1$$

sa réponse aura pour transformée de Laplace

$$S(p) = H(p) \times 1 = H(p)$$

Donc la fonction de transfert d'un système est la transformée de Laplace de sa réponse impulsionnelle.

Ce résultat est très utile dans l'analyse du comportement temporel d'un système. Malgré sa grande importance théorique ce résultat n'a en fait que peu d'intérêt pratique. Il permettrait, dans l'absolu, à partir de l'examen de sa réponse impulsionnelle, d'obtenir les caractéristiques d'un système vu comme une boîte noire. Mais d'une part il est impossible de générer physiquement une entré δ(t) parfaite et d'autre part, il est difficile d'identifier la réponse avec précision.

1.8.2 REPONSE INDICIELLE (OU REPONSE A UN ECHELON UNITAIRE)

Soumettons le système à une entrée en échelon unitaire

$$e(t) = u(t) \quad alors \quad E(p) = \frac{1}{p}$$

sa réponse aura pour transformée de Laplace

$$S(p) = H(p) \times \frac{1}{p} \quad ainsi \quad H(p) = p\ S(p)$$

Donc la fonction de transfert d'un système est la transformée de Laplace de la dérivée de la réponse indicielle.

1.9 Régime transitoire. Lieu des pôles. Stabilité

1.9.1 STABILITE : CONDITION FONDAMENTALE

1.9.1.1 Définition.

On dit qu'un système est stable lorsque, écarté de sa position d'équilibre, il tend à y revenir ; instable lorsqu'il tend à s'en écarter d'avantage ou s’il pompe (oscillations).

1.9.1.2 Condition fondamentale de stabilité

La condition fondamentale de stabilité d'un système est que tous les pôles de sa fonction de transfert aient leur partie réelle négative. Si au moins un pôle a sa partie réelle positive ou nulle il y a instabilité.

Une condition nécessaire est de vérifier que tous les coefficients du dénominateur de la fonction transfert soient tous de même signe.

1.9.1.3 Explications

Abandonner un système à lui-même avec une condition initiale non nulle s_0 revient, pour l'étude de son comportement pour t positif, à considérer qu'il a été soumis à l'instant t=0 à une certaine impulsion $A.\delta(t)$. Le transitoire qui en écoule est donc donné par la réponse impulsionnelle, d'amplitude A, du système.

$$h(t) = A.\mathcal{L}^{-1}\left[H(p)\right]$$

Cherchons à exprimer $h(t)$.

$H(p)$ s'écrit : $$\frac{S(p)}{E(p)} = H(p) = \frac{(A_m p^m + ... + A_1 p + A_0)}{(B_n p^n + ... + B_1 p + B_0)}$$

Le degré du dénominateur étant supérieur ou égal au degré du numérateur.

En factorisant, on peut écrire : $$H(p) = \frac{k}{p^\alpha} \frac{(p-z_1)(p-z_2).....}{(p-p_1)(p-p_2).....}$$

Les pôles p_i sont des réels ou des complexes conjugués deux à deux :

Pôles réels : $p_i = -\frac{1}{T_i}$ pôles complexes conjugués : $p_i = -a_i \pm i\omega_i$

En supposant que les n pôles sont distincts et en regroupant les pôles complexes conjugués, on peut décomposer $H(p)$ sous la forme :

$$H(p) = \frac{K_0}{p} + \sum_i \frac{K_i}{1 + T_i\, p} + \sum_i \left[\frac{a_i\ \omega_i}{(p+a_i)^2 + \omega_i^2} + \frac{b_i\ (p+a_i)}{(p+a_i)^2 + \omega_i^2}\right]$$

Pour prendre la transformée inverse, on utilise le tableau des transformée de Laplace usuelle.

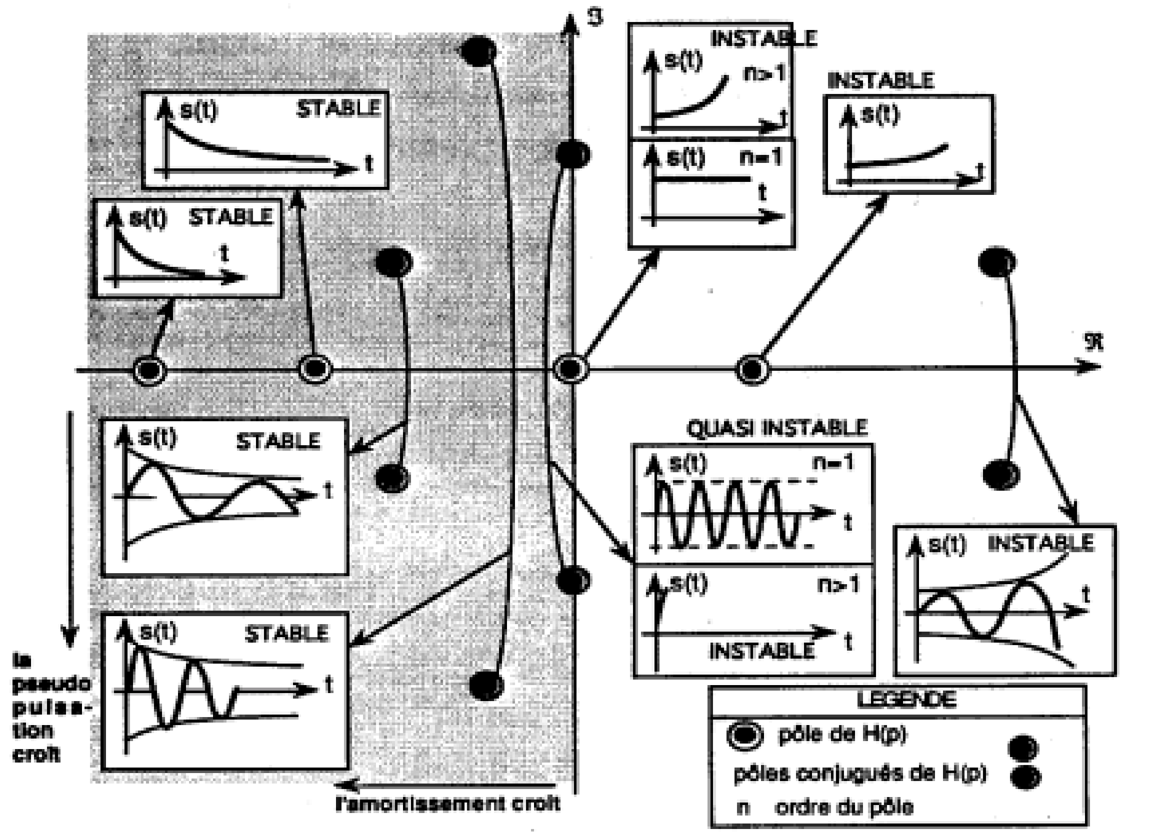
On obtient alors l'expression temporelle (pour un système de classe 1, $\alpha = 1$) :

$$\frac{h(t)}{A} = K_0 + \sum_i K_i\, e^{-\frac{t}{T_i}} + \sum_i A_i\, e^{-a_i t} \sin(\omega_i\, t) + \sum_i B_i\, e^{-a_i t} \cos(\omega_i\, t)$$

Pour revenir à la position initiale $h(0) = 0$ il ne faut pas qu'il y ait de terme constant et il faut que tous les termes en exponentielle décroissent. Ce qui correspond bien a la condition fondamentale de stabilité exposée ci-dessus.

1.9.2 LIEU DES POLES. STABILITE

Le comportement dynamique d'un système dépendant des pôles de sa fonction de transfert, on peut matérialiser ces pôles en les plaçant dans le plan complexe.



Réponse impulsionnelle (Dirac en entrée) d'un système en fonction de la place des pôles de sa transmittance dans le plan

Carte des pôles ou lieu d'Evans

1.10 Réponses harmoniques

1.10.1 PRESENTATION

Le signal d'entrée d'un système sera rarement un signal simple (Dirac, échelon, rampe, sinus). Pour rester dans un domaine ou les calculs sont "réalistes" il faut pourtant se limiter à cette palette de signaux d'entrée. Mais la théorie développée par Fourier (1768-1837) permet de considérer que tout signal périodique résulte de la sommation d'un ensemble de composants sinusoïdaux de fréquences et amplitudes différentes.

La réponse d'un système à un signal quelconque doit donc pouvoir se déduire de l'ensemble de ses réponses à des signaux sinusoïdaux répartis dans une plage de fréquence adaptée.

Il est donc indispensable d'effectuer une étude fréquentielle (ou étude harmonique) qui caractérisera les réponses du système en fonctions des fréquences du signal d'entrée.

1.10.2 AUTRE INTERPRETATION PHYSIQUE DE LA FONCTION DE TRANSFERT

Soumettons le système à une entrée sinusoïdale : $e(t) = e_0.\sin(\omega.t).u(t)$

Comme le système est linéaire, la sortie est de même nature que l'entrée, passé le régime transitoire. $s(t) = s_0.\sin(\omega.t + \varphi).u(t)$

Reprenons le système d'ordre n

$$B_n \frac{d^n s_{(t)}}{dt^n} + \dots B_1 \frac{d\, s_{(t)}}{dt} + B_0\ s_{(t)} = A_m \frac{d^m e_{(t)}}{dt^m} + \dots A_1 \frac{d\, e_{(t)}}{dt} + A_0\ e_{(t)}$$

de plus, en utilisant la notation complexe : $e(t) = e_0.e^{i\omega.t}$ et $s(t) = s_0.e^{i(\omega.t+\varphi)}$

on obtient : $\left(B_n\ (i\omega)^n + \ \dots\ + B_1\ (i\omega) + B_0 s_0\right)e^{i\,\omega\,t} = \left(A_m\ (i\omega)^m + \ \dots\ + A_1\ (i\omega) + A_0\right)e_0\ e^{i\,(\omega\,t + \varphi)}$

d'où :

$$\frac{s_0}{e_0}.e^{i\omega} = \frac{A_m(i\omega)^m + \dots\dots + A_1(i\omega)\ \ + A_0}{B_n(i\omega)^n + \dots\dots + B_1(i\omega)\ \ + B_0}$$

Ainsi en remplaçant p par $(i\omega)$ dans la fonction de transfert généralisée, on obtient un nombre complexe dont le module est le rapport des modules et dont l'argument est la phase entre l'entrée et la sortie.

$$\frac{s_0}{e_0} = \left|\frac{A_m(i\omega)^m + \dots\dots + A_1(i\omega)\ \ + A_0}{B_n(i\omega)^n + \dots\dots + B_1(i\omega)\ \ + B_0}\right| = \left|H(i\omega)\right|$$ est appelé **gain réel du système**

$\varphi(\omega) = Arg\left(H(i\omega)\right)$ est appelé **phase du système**

1.10.3 Lieux de transfert

Le lieu de transfert est une représentation graphique de la fonction de transfert $H(p)$, pour $p = i\omega$. $H(i\omega)$ est appelée transmittance isochrone.

Il existe trois principales représentations, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients, ainsi que ses champs d'utilisation propres :

- Les **lieux de Bode**, dans ce lieu, on représente deux courbes.
  - le gain de la transmittance exprimé en décibels en fonction $(\log \omega)$
  - la phase de la transmittance exprimée en degrés en fonction $(\log \omega)$
- Le **lieu de Black**. (La plus utilisée industriellement) Dans ce lieu on représente le gain exprimé en décibels, en fonction de la phase exprimée en degrés de la transmittance. L'intérêt de cette représentation est de pouvoir obtenir, à partir de la fonction de transfert en boucle ouverte, les propriétés de la fonction de transfert en boucle fermée. Elle est très utilisée par les industriels de l'aéronautique et du spatial.
- Le **lieu de Nyquist**. C'est la représentation dans le plan complexe de l'extrémité du vecteur image de $H(i\omega)$ lorsque ω varie de 0 à l'infini. C'est la représentation la plus utilisée par les universitaires. (Permet de démontrer théoriquement certain critère de stabilité hors programme).

1.10.3.1 Diagrammes de Bode.

1.10.3.1.1 Définition

bel et décibel : Un bel est égale au logarithme décimal du rapport d'une puissance à une autre dix fois plus faible.

Si on compare les puissances des deux signaux d'entrée et de sortie d'un système on considérera en décibels 10 $\log_{10}(\frac{Ps}{Pe})$. En automatique ou en électronique, la référence n'est pas la puissance mais l'amplitude. L'analogie électrique $P = \frac{U^2}{R}$ permet d'écrire :

$$1dB = 10Log_{10}\left(\frac{U_s^2}{U_e^2}\right) = 20Log_{10}\left(\frac{\text{amplitude de la sortie}}{\text{amplitude de l'entrée}}\right)$$

1.10.3.1.2 Représentation graphique de Bode

On trace séparément :

- le diagramme des gains $|H(i\omega)|$ exprimé en dB, $G_{dB} = 20\log|H(i\omega)|$, en fonction de $(\log\omega)$
- le diagramme des phases $\varphi = \text{Arg}|H(i\omega)|$ exprimé degrés, en fonction de $(\log\omega)$.